非ガウス型状態空間モデルを用いた季節調整モデルの構築と電力需要のトレンド推定

加部　哲史
電力中央研究所　社会経済研究所

作成日（2021年03月25日）

要約:

電力需要や経済データは、季節変動など毎年同じ時期に同様な変動を繰り返す特有なパターンを持つことが多く、電力需要の趨勢の判断や予測を行う場合には、この特徴を考慮しないと誤った結論を導く可能性がある。特に、自然災害や金融危機などによって、電力需要に大きな変化が見られるときは、構造変化による需要の変化と季節変動を精緻に識別することがより難しくなる。季節的な変動を含む時系列データを分析する場合、季節変動そのものに注目する場合もあるが、季節変動では説明できない変動や趨勢の判断について分析を行うことも少なくない。その場合、原系列から季節変動を取り除いた系列を推定する必要がある。このような推定には、従来、ガウス型状態空間モデルを用いた季節調整などが行われることが多いが、時系列データに大きな構造変化が見られる場合には、事前にダミー変数などを用いて、膨大な組み合わせを探索的に推定する必要がある。しかし、本研究では、非ガウス型状態空間モデルを用いた季節調整モデルを採用することで、ダミー変数などを用いずに構造変化を含む電力需要のトレンド推定を試みる。

本研究では、東日本大震災を含む期間（2000 年 1 月～2016 年 3 月）を対象に、電力需要（TWh、販売電力（量）合計、東京電力）のトレンド推定を試みた結果、従来の正規分布（ガウス分布）を仮定したガウス型季節調整モデルよりも、非ガウス型分布を仮定した季節調整モデルを採用することで、情報量規準に基づくモデル選択の結果から、非ガウス型季節調整モデルが最良なモデルとして選択された。推定された電力需要のトレンドは、震災前後でトレンドの変化が観測され、非ガウス型季節調整モデルが電力需要の構造変化に適応できていることが分かった。今後、コロナ禍における電力需要のトレンド変化の分析や系統需要を用いた景気変動等による需要変動（持続的需要変動）の推定（電力広域的運営推進機関、2020）など幅広い応用が考えられる。

目　　　　次

1.　はじめに..3

2.　季節調整モデルとは..3

3.　季節調整モデルと状態空間表現..4

4.　季節調整モデルの状態推定..5

4.1. 状態推定とは..5

4.2. カルマンフィルタによる状態推定..6

4.3. 粒子フィルタによる状態推定..7

5.　電力需要データ..10

6.　電力需要のトレンド推定..10

7.　まとめと今後の課題..13

参考文献..14

付録 A　トレンド成分の比較..15

1. はじめに

電力需要や経済データは、季節変動など毎年同じ時期に同様な変動を繰り返す特有なパターンを持つことが多く、時系列データの趨勢の判断や予測を行う場合に、この特徴を考慮しないと誤った結論を導く可能性がある。特に、自然災害や金融危機などによって、電力需要に大きな変化が見られるときは、需要の変化と季節変動を精緻に識別する必要がある。

季節的な変動を含む時系列データを分析する場合、季節変動そのものに注目する場合もあるが、季節変動では説明できない変動や趨勢の判断について分析を行うことも少なくない。その場合、原系列から季節変動を取り除いた系列を推定する必要がある。このような推定には、従来、ガウス型状態空間モデルを用いた季節調整などが使われることが多いが、時系列データに大きな構造変化が見られる場合には、事前にダミー変数などを用いて、膨大な組み合わせを探索的に推定する必要があった。しかし、本研究では、非ガウス型季節調整モデルを採用することで、構造変化に関する事前情報なしに、観測データから電力需要のトレンド推定を試みる。

本研究では、季節調整モデルを電力需要に適用し、非ガウス型分布を仮定した場合のトレンド推定を行い、東日本大震災を含む期間を対象に、従来の正規分布を仮定した季節調整モデルと非ガウス型分布を仮定した季節調整モデルの推定結果の違いについて考察を行う。

以下では、第 2 章で季節調整モデルについて説明を行う。第 3 章で季節調整モデルの状態空間表現について概説した後、第 4 章では、各成分の状態推定について述べる。第 5 章で分析に用いる電力需要データについて概観し、第 6 章で季節調整モデルを電力需要に適用してトレンド推定を試みる。最後に、第 7 章では分析結果の考察と今後の課題について述べる。

2. 季節調整モデルとは

季節性を持つ時系列データの解析方法については、例えば Akaike（1980）や Kitagawa and Gersh （1984）が以下のような季節調整モデルを提案している。

はじめに、時系列データ（y_t）が、トレンド成分（tr_t）、季節成分（s_t）、循環成分（c_t）、誤差成分（ε_t）から構成されていると仮定する。このとき、季節調整モデルは、

$$y_t = tr_t + s_t + c_t + \varepsilon_t, \qquad (1)$$

と表され、誤差成分（ε_t）は正規分布 $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ に従うと仮定する。

次にトレンド成分、季節成分、循環成分は、それぞれ以下のように定式化される。

［トレンド成分］

$$\Delta^\ell \, tr_t = \nu_{1t}, \quad {\nu_1}_t \sim N(0, \sigma_1^2) \qquad (2)$$

［季節成分］

$$\sum_{i=0}^{n-1} s_{t-i} = \nu_{2t}, \; {\nu_2}_t \sim N(0, \sigma_2^2) \qquad (3)$$

［循環成分（定常 AR 成分）］

$$c_t = \sum_{i=1}^{k} a_i c_{t-i} + \nu_{3t}, \; {\nu_3}_t \sim N(0, \sigma_3^2) \qquad (4)$$

このとき、（2）式で表されるトレンド成分（tr_t）の推定結果から時系列データの趨勢的な変化をみることができ、トレンド成分

の次数 ℓ が $\ell=1$ のとき、

$$tr_t = tr_{t-1} + \nu_{1t} \tag{5}$$

となり、$\ell = 2$ のとき

$$tr_t = 2tr_{t-1} - tr_{t-2} + \nu_{1t} \tag{6}$$

と表される。

次に（3）式で表される季節成分（s_t）では、時系列データが月次であるとき、12 ヶ月の周期パターン（$n=12$）を時系列データから抽出することで、季節影響を捉えることができる。電力需要の季節変動は、主に気温に寄与すると考えられるが、季節成分には気温以外の要因も含まれることに留意する必要がある。

（4）式で表される循環成分（c_t）は、季節成分では捉えきれない短期的な変動を表す。例えば、経済変動などによる需要変動を表す。また、誤差成分（ε_t）は互いに独立であるため、循環成分（c_t）は、誤差成分（ε_t）から系列相関を除去する役割も担っている。循環成分は、k次の自己回帰モデル（k-order AutoRegressive model : AR(k)）として定式化され、AR(1)のとき、

$$c_t = a_1 c_{t-1} + \nu_{3t} \tag{7}$$

と表され、AR(2)のとき、

$$c_t = a_1 c_{t-1} + a_2 c_{t-2} + \nu_{3t} \tag{8}$$

と表される。

上記の季節調整モデルは、(1) 式で表される観測モデルと（2)、(3)、(4）式で表されるシステムモデルで構成されている。また、観測ノイズε_tとシステムノイズ$\nu_{1t}, \nu_{2t}, \nu_{3t}$は、それぞれ正規分布（ガウス分布）に従うことから、線形・ガウス型状態空間モデルとして表現することができ、逐次推定アルゴリズムであるカルマンフィルタによって、各成分の状態推定が可能となる（Kitagawa and Gersh 1984）。

しかし、構造変化を含む時系列データを分析する場合、必ずしも正規分布の仮定が適当であるとは限らない（Kitagawa 1987）。例えば、Kitagawa（1989）は、構造変化を含む時系列データに対して、非ガウス型分布を仮定した季節調整モデルを用いて、各成分の状態推定を行っている。非ガウス分布を適用することで、より柔軟に時系列データに適応し、その結果、正規分布を仮定した従来のモデルでは捉えきれない、時系列データの構造変化をうまく推定できることを示している。

3. 季節調整モデルと状態空間表現

状態空間表現とは、時系列モデルを下記のような観測モデルとシステムモデルで構成される状態空間モデルとして表すことである。

［観測モデル］

$$y_t = H\theta_t + \varepsilon_t \tag{9}$$

［システムモデル］

$$\theta_t = F\theta_{t-1} + G\nu_t \tag{10}$$

ここで、$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$、$\nu_t \sim N(0, Q)$とする。

（9）式と（10）式から成るモデルを線形・ガウス型状態空間モデルと呼ぶ。観測モデルは、時系列データy_tの生成メカニズムを表したモデルで、システムモデルは、状態θ_t の時間的変化を表している。

例えば、トレンド成分の次数（$\ell = 1$)、季

節成分の次数（$n = 12$）、循環成分の次数（$k = 2$）としたとき、(1) 式から (4) 式で表される季節調整モデルの状態ベクトルθ_tと行列H、F、G、システムノイズv_tは、それぞれ以下のように表される。

$$\theta_t = \begin{bmatrix} tr_t \\ s_t \\ s_{t-1} \\ \vdots \\ s_{t-10} \\ c_t \\ c_{t-1} \end{bmatrix}, \tag{11}$$

$$H = [1 \quad 1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1 \quad 0], \tag{12}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & & \\ & F_2 & \\ & & F_3 \end{bmatrix}, \tag{13}$$

ここで、$F_1 = 1$、

$$F_2 = \begin{bmatrix} -1 & \cdots & \cdots & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{14}$$

$$v_t = \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ v_{3t} \end{bmatrix}, \tag{15}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 \end{bmatrix}. \tag{16}$$

4. 季節調整モデルの状態推定

4.1. 状態推定とは

状態推定とは、状態空間モデルに含まれる状態ベクトルθ_tの確率分布を推定することである。推定する確率分布は、一期先予測分布、フィルタ化分布、平滑化分布の 3 種類である。ここで、時点tまでに得られた観測値を$Y_t \equiv \{y_1, y_2, \cdots, y_t\}$と定義するとき、これらの確率分布は以下のように求められる。

［一期先予測分布］

$$p(\theta_t|Y_{t-1}) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\theta_t|\theta_{t-1}) p(\theta_{t-1}|Y_{t-1})\, \mathrm{d}\theta_{t-1} \tag{17}$$

［フィルタ化分布］

$$p(\theta_t|Y_t) = \frac{p(y_t|\theta_t) p(\theta_t|Y_{t-1})}{p(y_t|Y_{t-1})} \tag{18}$$

［平滑化分布］

$$p(\theta_t|Y_T) = p(\theta_t|Y_t) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(\theta_{t+1}|Y_T) p(\theta_{t+1}|\theta_t)}{p(\theta_{t+1}|Y_t)}\, \mathrm{d}\theta_{t+1} \tag{19}$$

(9) 式と (10) 式で表される状態空間モデルを仮定した場合、一期先予測分布$p(\theta_t|Y_{t-1})$、フィルタ化分布$p(\theta_t|Y_t)$、平滑化分布$p(\theta_t|Y_T)$ は全て正規分布となることが知られているので、各分布の平均と分散を求めることができれば、状態ベクトルθ_tの状態推定が可能となる。このとき、各分布の平均と分散は、カルマンフィルタによって陽に求めることができる。

しかし、観測ノイズやシステムノイズに非ガウス型分布を適用する場合には、状態ベクトルθ_t の一期先予測分布、フィルタ化分布、平滑化分布を陽に求めることができない。そこで、非ガウス型状態空間モデルの状態推定を行うために、Gordon et al. (1993) がブートストラップフィルタ、Kitagawa (1996) がモンテカルロ・フィルタを提案し

ている。これらのアルゴリズムは、本質的には同じものであり、近年では粒子フィルタとも呼ばれている（北川 1996, 2005)。本研究では、トレンド成分（(2）式）のシステムノイズν_{1t}と季節成分（(3) 式）のシステムノイズν_{2t}に非ガウス型分布であるコーシー分布を仮定し、観測ノイズε_tと循環成分（(4)式）のシステムノイズν_{3t}には、正規分布を仮定する。

4.2. カルマンフィルタによる状態推定

カルマンフィルタは、与えられた初期状態θ_1から、各時点の状態θ_tの推定を逐次的に行うアルゴリズムである。このとき、時点$\mathrm{t}-1$までの観測値Y_{t-1}を用いて状態θ_tを推定する一期先予測（one-step ahead prediction）と時点 t までの観測値Y_tを用いて状態θ_tを推定するフィルタリング（filtering）を交互に求めていくことで逐次推定が可能となる。

状態ベクトルθ_tの一期先予測分布とフィルタ化分布の平均と分散は以下のように求められる。詳細については北川（2005)、野村（2016）を参照のこと。

［一期先予測］

$$\theta_{t|t-1} = E(\theta_t|Y_{t-1}) = F\theta_{t-1|t-1}$$
$$V_{t|t-1} = Var(\theta_t|Y_{t-1}) = FV_{t-1|t-1}F' + GQG'$$

［フィルタリング］

$$\begin{aligned}\theta_{t|t} &= E(\theta_t|Y_t) = E(\theta_t|w_t, Y_{t-1})\\ &= E(\theta_t|Y_{t-1})\\ &\quad +Cov(\theta_t, w_t|Y_{t-1})Var(w_t|Y_{t-1})^{-1}w_t\\ &= \theta_{t|t-1} + V_{t|t-1}H'R_t^{-1}w_t\\ &= \theta_{t|t-1} + K_t w_t\end{aligned}$$

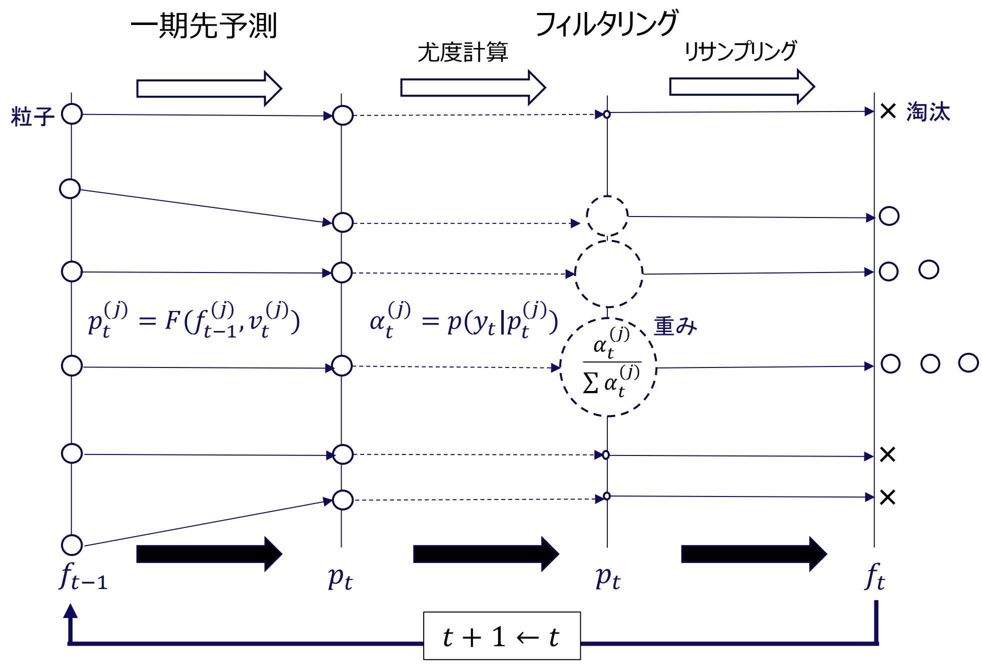
$$\begin{aligned}V_{t|t} &= Var(\theta_t|Y_t) = Var(\theta_t|w_t, Y_{t-1})\\ &= Var(\theta_t|Y_{t-1})\\ &\quad -Cov(\theta_t, w_t|Y_{t-1})Var(w_t|Y_{t-1})^{-1}Cov(\theta_t, w_t|Y_{t-1})'\\ &= V_{t|t-1} - V_{t|t-1}H'R_t^{-1}HV_{t|t-1}\\ &= V_{t|t-1} - K_t R_t K_t'\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}w_t &= y_t - E(y_t|Y_{t-1}) = y_t - H\theta_{t|t-1},\\ R_t &= Var(w_t|Y_{t-1})\\ &= Var\left(H_t\theta_t + \varepsilon_t - H_t\theta_{t|t-1}\middle|\, Y_{t-1}\right)\\ &= HV_{t|t-1}H' + \sigma_\varepsilon^2,\\ &Cov(\theta_t, w_t|Y_{t-1})\\ &= Cov\left(\theta_t, y_t - H\theta_{t|t-1}\middle| Y_{t-1}\right)\\ &= Cov\left(\theta_t, H\theta_t + \varepsilon_t - H\theta_{t|t-1}\middle| Y_{t-1}\right)\\ &= V_{t|t-1}H',\\ K_t &= V_{t|t-1}H'R_t^{-1}.\end{aligned}$$

続いて、状態平滑化の逐次計算アルゴリズムを示す。一般的に、時系列解析における平滑化（smoothing）とは、各時点で観測されたノイズのあるデータを平均化して滑らかな曲線などで表現することを言う。この平滑化に関してもカルマンフィルタと同様に、固定区間平滑化と呼ばれるアルゴリズムがある。 フィルタリングにおける状態推定では、時点t までの観測値から状態θ_tを推定しているのに対し、固定区間平滑化は、全ての観測値$Y_T \equiv \{y_1, \cdots, y_T\}$を用いて状態推定を行っている。したがって、平滑化を行うことで、精度の良い状態推定が行えると考えられる。

平滑化のアルゴリズムでは、カルマンフィルタによる推定結果$\{\theta_{t|t-1}, \theta_{t|t}, V_{t|t-1}, V_{t|t}\}$が計算に利用され、時間的に逆方向に逐次推定が行われる（$t = T-1, \cdots, 2, 1$）。



樋口(2011)をもとに筆者作成

図１　粒子フィルタの概要

［固定区間平滑化］

$$
\begin{aligned}
A_t &= V_{t|t} F' V_{t+1|t}^{-1} \\
\theta_{t|T} &= \theta_{t|t} + A_t(\theta_{t+1|T} - \theta_{t+1|t}) \\
V_{t|T} &= V_{t|t} + A_t(V_{t+1|T} - V_{t+1|t})A_t'.
\end{aligned}
$$

最後に、観測ノイズの分散σ_ε^2、システムノイズの分散Q、循環成分の自己回帰係数a_i は、未知パラメータであるため、観測値から最尤法を用いて推定を行う。ここで、尤度関数を以下のように定義する。

$$L = \mathrm{p}(y_1, y_2, \cdots, y_T) = \prod_{t=1}^{T} p(y_t|Y_{t-1}) \quad (20)$$

このとき、対数を取ることで対数尤度が、

$$\log L = \sum_{t=1}^{T} \log p(y_t|Y_{t-1}) \quad (21)$$

のように得られる。さらに、予測分布$p(y_t|Y_{t-1})$が正規分布となることから、一期先予測による誤差w_tとその分散R_tを用いて、対数尤度は以下のように書き表すことができる。

$$\log L = -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(\log R_t + \frac{w_t^2}{R_t}\right) (22)$$

カルマンフィルタによる状態推定と最尤法による未知パラメータの推定を収束するまで、繰り返し実行することで、状態θ_tの確率分布が観測値から推定される。

4.3. 粒子フィルタによる状態推定

（9）式と（10）式で表される状態空間モデルを一般的な形で表すと、

［観測モデル］

$$y_t = H(\theta_t, \varepsilon_t), \qquad \varepsilon_t \sim q_\varepsilon(\varepsilon) \qquad (23)$$

［システムモデル］

$$\theta_t = F(\theta_{t-1}, v_t), \quad v_t \sim q_v(v) \tag{24}$$

と表記することができる。ここで、観測ノイズε_tとシステムノイズv_tは、それぞれ確率分布q_εとq_vに従うと仮定する。

粒子フィルタは、（23）式と（24）式で表される状態空間モデルの一期先予測分布、フィルタ化分布、平滑化分布を近似するためのアルゴリズムである。粒子フィルタを用いた状態推定では、一期先予測分布とフィルタ化分布を近似するために、各分布から粒子（サンプル）を逐次的に生成する必要がある。このとき、（17）式より一期先予測分布から生成されるm個の粒子を$\{p_t^{(1)}, \cdots, p_t^{(m)}\}$、（18）式よりフィルタ化分布から生成される粒子を$\{f_t^{(1)}, \cdots, f_t^{(m)}\}$ と表記する。

粒子フィルタにおいて、一期先予測分布から$\{p_t^{(1)}, \cdots, p_t^{(m)}\}$を生成するためには、一期前の状態$\theta_{t-1}$のフィルタ化分布$p(\theta_{t-1}|Y_{t-1})$から得られた粒子$\{f_{t-1}^{(1)}, \cdots, f_{t-1}^{(m)}\}$とシステムノイズ$v_t$から得られた$m$個の粒子$\{v_t^{(1)}, \cdots, v_t^{(m)}\}$が必要となる。つまり、

$$f_{t-1}^{(j)} \sim p(\theta_{t-1}|Y_{t-1}) \tag{25}$$

$$v_t^{(j)} \sim q_v(v) \tag{26}$$

が与えられた下で、一期先予測分布の粒子$\{p_t^{(1)}, \cdots, p_t^{(m)}\}$は、（24）式のシステムモデルを用いて、

$$p_t^{(j)} = F\left(f_{t-1}^{(j)},\ v_t^{(j)}\right) \tag{27}$$

から生成される。

次にフィルタ化分布$p(\theta_t|Y_t)$から粒子$\{f_t^{(1)}, \cdots, f_t^{(m)}\}$のサンプリングを考える。はじめに、一期先予測分布から得られた粒子$\{p_t^{(1)}, \cdots, p_t^{(m)}\}$を使って、尤度$\alpha_t^{(j)}$を

$$\alpha_t^{(j)} = p\left(y_t \middle| p_t^{(j)}\right) \tag{28}$$

と定義するとき、重み$\omega_t^{(j)}$は

$$\omega_t^{(j)} = \frac{\alpha_t^{(j)}}{\sum_{j=1}^{m} \alpha_t^{(j)}} \tag{29}$$

と定義できる。フィルタ化分布の粒子$\{f_t^{(1)}, \cdots, f_t^{(m)}\}$は、各粒子の出現確率が$\{\omega_t^{(1)}, \cdots, \omega_t^{(m)}\}$となるように、一期先予測分布の粒子$\{p_t^{(1)}, \cdots, p_t^{(m)}\}$をリサンプリングすることによって生成される（図1 参照）。この一連の操作をインポータンス・リサンプリングと呼ぶ。リサンプリング方法は、$j = 1,2, \cdots, m$について以下のように行われる。

ステップ（1）　一様乱数$u_t^{(j)}$を

$$u_t^{(j)} \sim u\left(\frac{j-1}{m}, \frac{j}{m}\right)$$

から生成する（層化抽出）。

ステップ（2）

$$\frac{1}{C_t}\sum_{r=1}^{i-1} \alpha_t^{(r)} < u_t^{(j)} \leq \frac{1}{C_t}\sum_{r=1}^{i} \alpha_t^{(r)}$$

を満たすi を捜す。ただし、$C_t = \sum_{r=1}^{m} \alpha_t^{(r)}$とする。

ステップ（3）
フィルタ化分布の粒子を$f_t^{(j)} = p_t^{(i)}$とする。

（9）式と（10）式で表される線形・ガウス型状態空間モデルでは、平滑化分布が正規

分布となることを利用して、平均と分散を求めることができた。しかし、非ガウス型分布を仮定した場合には、平滑化分布を何らかの方法で近似する必要がある。Kitagawa（1989）では、粒子フィルタを用いた平滑化分布$p(\theta_t|Y_T)$の近似方法を提案している。はじめに、時点tまでの観測値$Y_t \equiv \{y_1, y_2, \cdots, y_t\}$が与えられたとき、同時分布$p(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_t|Y_t)$から生成された$j$番目の粒子を

$$\{ s_{1|t}^{(j)}, s_{2|t}^{(j)}, \cdots, s_{t-1|t}^{(j)}, s_{t|t}^{(j)} \}$$

と表記する（$j = 1,2, \cdots, m$）。

時点$t-1$までの観測値Y_{t-1}が与えられたとき、

$$\begin{aligned}&\{ s_{1|t-1}^{(j)}, s_{2|t-1}^{(j)}, \cdots, s_{t-1|t-1}^{(j)}, s_{t|t-1}^{(j)} \}\\ &\quad = \{ s_{1|t-1}^{(j)}, s_{2|t-1}^{(j)}, \cdots, s_{t-1|t-1}^{(j)}, p_t^{(j)} \}\end{aligned}$$

と書けることに留意すると、インポータンス・リサンプリングを適用し、フィルタリングを実行すれば、上記の粒子$\{ s_{1|t-1}^{(j)}, s_{2|t-1}^{(j)}, \cdots, s_{t-1|t-1}^{(j)}, p_t^{(j)} \}$は、

$$\begin{gathered}\{ s_{1|t-1}^{(j)}, s_{2|t-1}^{(j)}, \cdots, s_{t-1|t-1}^{(j)}, p_t^{(j)} \}\\ \Downarrow\\ \{ s_{1|t}^{(j)}, s_{2|t}^{(j)}, \cdots, s_{t-1|t}^{(j)}, f_t^{(j)} \}\end{gathered}$$

と更新される。したがって、時点$t = T$まで更新すると、

$$\{ s_{1|T}^{(j)}, s_{2|T}^{(j)}, \cdots, s_{T-1|T}^{(j)}, f_T^{(j)} \}$$

となることから、これらの粒子は平滑化分布$p(\theta_t|Y_T)$から生成された粒子とみなすことができる。

これまで、粒子フィルタを用いた状態推定について述べてきたが、状態θ_t以外の未知パラメータψの推定方法について述べる。未知パラメータψには、観測ノイズとシステムノイズの確率分布$q_\varepsilon(\varepsilon)$と$q_\nu(\nu)$に関するパラメータや循環成分の自己回帰係数$a_i$などが含まれる。Kitagawa（1998）では、状態ベクトルを拡張した$\tilde{\theta}_t = [\theta_t', \psi']'$について、粒子フィルタを実装することで、（29）式で表される重み$\omega_t^{(j)}$が小さい粒子$\psi^{(j)}$は、インポータンス・リサンプリングによって淘汰され、最終時点$t = T$までに残った粒子は、条件付き確率分布$p(\psi|Y_T)$からのサンプリングとみなすことができる。

最後に、対数尤度の近似方法について述べる。推定モデルごとに対数尤度を比較することで、観測値とモデルの当てはまりの良さを評価することが可能となる。観測値$\{y_1, y_2, \cdots, y_T\}$が与えられた下で、対数尤度は（21）式と同様に以下のように書ける。

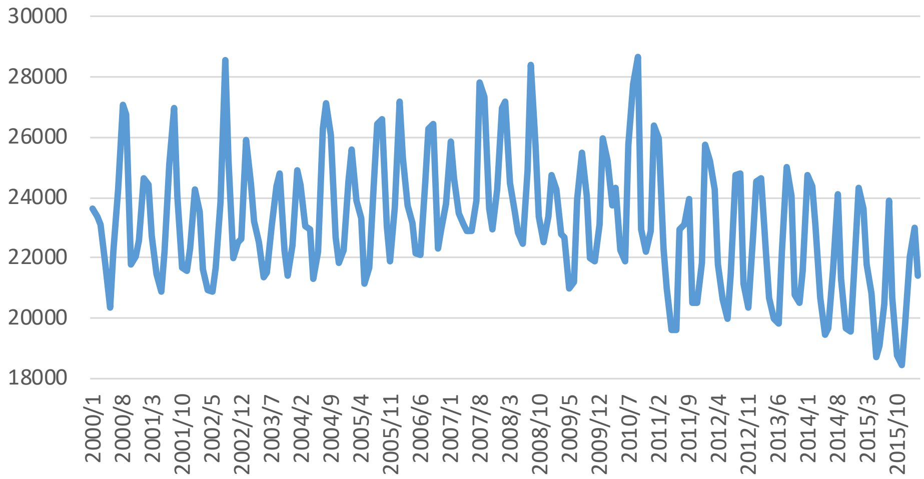
$$\log L = \sum_{t=1}^{T} \log p(y_t|Y_{t-1})$$

さらに予測分布$p(y_t|Y_{t-1})$は、粒子フィルタの結果を用いて、モンテカルロ近似より

$$\begin{aligned}p(y_t|Y_{t-1}) &= \int p(y_t|\theta_t)p(\theta_t|Y_{t-1})\mathrm{d}\theta_t\\ &\cong \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} p\left(y_t \middle| p_t^{(j)}\right)\\ &= \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} \alpha_t^{(j)} \qquad (30)\end{aligned}$$

として得られるので、対数尤度$\log L$は

$$\begin{aligned}\log L &= \sum_{t=1}^{T} \log p(y_t|Y_{t-1})\\ &\cong \sum_{t=1}^{T} \log\left(\sum_{j=1}^{m} \alpha_t^{(j)}\right) - T\log m \qquad (31)\end{aligned}$$



出典：電気事業連合会　電力統計情報

図 2　電力需要の推移
（TWh、販売電力（量）合計、東京電力、期間 2000 年 1 月～2016 年 3 月）

と近似できる。

5. 電力需要データ

非ガウス型季節調整モデルは、時系列データに大きな構造変化が見られるときに有効な方法であるため、本研究では電力需要のデータが十分に揃っている東日本大震災前後のデータを用いて、非ガウス型季節調整モデルの有効性を確認する。

電力需要データは、電気事業連合会　電力統計情報で公表されている各電力会社の販売電力量のうち、シェアの大きい東京電力の販売電力量（合計）を用いる。そのため、部分自由化以降の離脱分は含まれていない点に留意が必要である。

電力需要（TWh、販売電力（量）合計、東京電力、月次）の期間は 2000 年 1 月から 2016 年 3 月を採用した。図 2 より、2008 年のリーマンショックや 2011 年の東日本大震災で、電力需要が減少していることが分かる。また、震災以降は、電力需要の減少傾向がみられ、表 1 から電力需要の平均値が、2011 年以降で減少していることが分かる。従来の手法では、電力需要のトレンドを適切に捉えることが難しい可能性も考えられる。

表 1　電力需要の基本統計量
（TWh、販売電力（量）合計、東京電力）

年月	2000/1～2010/12	2011/1～2016/3
平均値	23731	21948
標準偏差	1892	2068
最大値	28685	26383
最小値	20349	18441

6. 電力需要のトレンド推定

本章では、先行研究と同様な季節調整モデルを電力需要に適用し、非ガウス型分布を仮定した場合のトレンド推定を試みる。

本研究では、先行研究を参考に非ガウス型分布として、コーシー分布を用いる。コーシー分布は、

表 2　推定モデルと赤池情報量規準（AIC）

モデル	観測ノイズ	システムノイズ			トレンド	AR	AIC
		トレンド成分	季節成分	循環成分	次数	次数	
Model1	ガウス	ガウス	ガウス	ガウス	1	1	483.470
Model2						2	477.618
Model3					2	1	495.062
Model4						2	478.707
Model5	ガウス	非ガウス	非ガウス	ガウス	1	1	482.040
Model6						2	475.561
Model7					2	1	491.846
Model8						2	482.964

$$p(x) = \frac{\tau}{\pi\{(x-\mu)^2 + \tau^2\}} \qquad (32)$$

として表され、位置パラメータμと尺度パラメータ$\tau\ (>0)$ によって規定される。図 3 に標準正規分布と標準コーシー分布を示す。コーシー分布は、正規分布と同様に左右対称な分布をしているが、分布の裾が、正規分布よりも厚いことが分かる。そのため、小さな確率で生じる構造変化などの事象が捉えやすい。

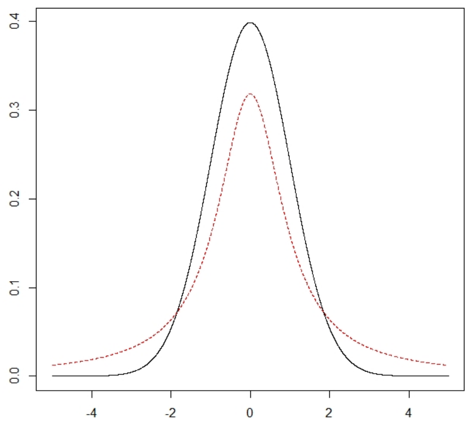
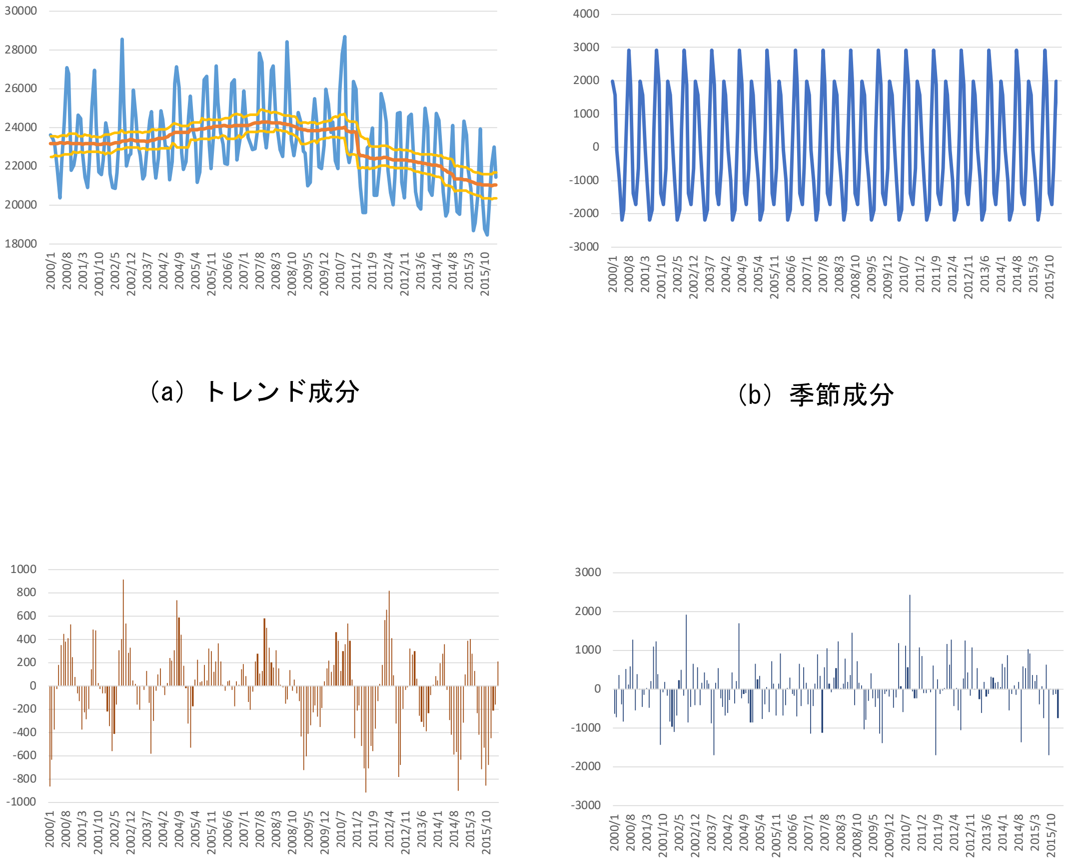


図 3　標準正規分布（黒）と標準コーシー分布（赤）

本研究では、トレンド成分のシステムノイズv_{1t}と季節成分のシステムノイズv_{2t}に非ガウス型分布であるコーシー分布を仮定し、観測ノイズε_tと循環成分のシステムノイズv_{3t}には、正規分布を仮定する。観測ノイズにはホワイトノイズ（白色雑音）、循環成分には定常性を仮定しているため、期待値が時間とともに一定である必要があるが、コーシー分布は期待値を定義できない確率分布なので、観測ノイズと循環成分には正規分布を仮定した。今回の分析では循環変動は定常であると仮定したが、分散が時間と共に変化するケースを考えることも可能であるが、それは今後の課題である。

粒子フィルタの粒子数 [1] $m = 100{,}000$と設定し、季節調整モデルの状態推定を行った。表 2 に推定モデル（Model1～Model8）の赤池情報量規準（AIC）の値を示した。AIC の値が最も小さいモデルを最良なモデルとして選択する。トレンドの次数と循環成分（定常 AR 成分）の次数は、計算負荷を抑え

[1] 粒子数は多い方が望ましいが、季節調整モデルは、推定する状態数が多く、計算量が大幅に増えることに留意。



（a） トレンド成分　（b） 季節成分

（c） 循環成分　（d） 誤差成分

図 4　電力需要の成分分解（Model6 の推定結果）

るために、2 次までとした。AIC をみると、トレンド成分と季節成分のシステムノイズにコーシー分布を採用し、トレンド成分の次数を$\ell = 1$、循環成分を AR(2)と定式化した Model6 が最良なモデルとして選択されている。このことから、非ガウス型分布であるコーシー分布を採用することで、推定精度が改善していることが分かる。

次に粒子フィルタを用いて推定した季節調整モデル（Model6）のトレンド成分、季節成分、循環成分、誤差成分の推定結果を図 4 に示す。トレンド成分をみると、2011 年 3 月にレベルシフトが起き、その後は、緩やかに減少していることが分かる。また、季節成分の推定結果を確認すると、夏季は 8 月、冬季は、1 月に需要が増える傾向がみられ、毎年の季節変動パターンに構造変化はみられないことが分かる。

図 5、6 に誤差成分のヒストグラムと自己相関係数を示す。誤差成分は左右対称な正規分布に近い形をしている。また、自己相関係数を確認すると、誤差成分に強い系列相

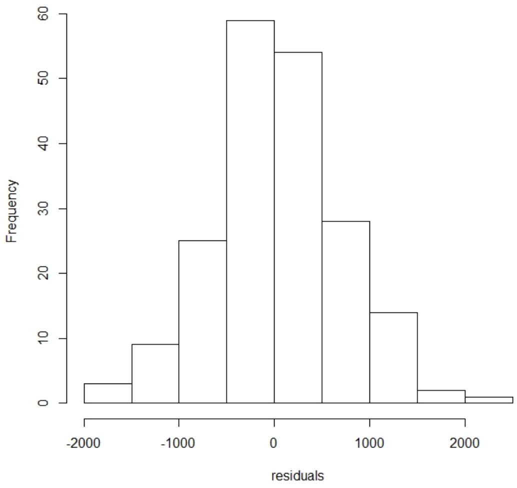


図5　誤差成分のヒストグラム

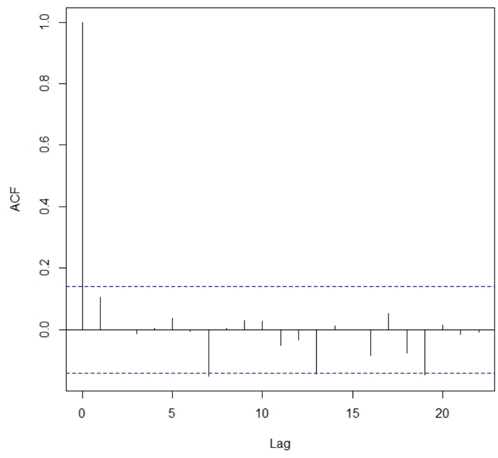


図 6　誤差成分の自己相関係数

関はみられないことが分かる。

次に、正規分布を仮定した場合のトレンド成分の推定結果を付録 A に示す。正規分布を仮定した場合、電力需要の構造変化をうまく捉えきれていないことが分かる。また、トレンド成分の次数を$\ell = 2$として推定を行うと、トレンドの推定結果は全体的に滑らかな曲線となり、非ガウス型分布を仮定しても、電力需要の構造変化がみられないことが分かる。そのため、1 次トレンドを仮定した非ガウス型季節調整モデルを採用することが望ましいと考えられる。

7. まとめと今後の課題

本研究では、従来の正規分布（ガウス分布）を仮定したガウス型季節調整モデルではなく、非ガウス型分布を仮定した季節調整モデルを採用し、電力需要のトレンド推定を行った。その結果、東日本大震災を含む期間（2000 年 1 月～2016 年 3 月）について分析を行ったところ、非ガウス型季節調整モデルを用いることで推定精度が改善する傾向がみられた。さらに、推定された電力需要のトレンドは、2011 年 3 月に急激な減少がみられ、その後、緩やかな減少傾向がみられる。

大きな構造変化が見られる場合、電力需要の趨勢の判断や予測を行うときには、本分析で採用した非ガウス型季節調整モデルが有用であると考えられる。

今後の課題として、コロナ禍における電力需要のトレンド変化の分析が考えられる。その際、用途によって電力需要データの時系列特性が異なる点を考慮する必要がある。季節変動を規定する気温の影響、トレンドを規定する電化や省エネの影響は、家庭用、業務用、産業用といった用途によって大きく異なると考えられる。

次に、持続的需要変動の推定への活用である。電気は大量に貯めることができないため、急激な需要変動や偶発的な発電所の事故等に備え、常に需要を上回る供給力を確保しておく必要がある。この確保分のことを供給予備力と呼び、電力広域的運営推進機関（広域機関）は電気事業者に対する安

定供給の指針として公表している。供給予備力は、偶発的需給変動（気象要因や電源の計画外停止を要因とするもの）と持続的需要変動の 2 つに分けて試算されている。このうち、持続的需要変動は時間傾向からの循環変動の上振れ分と定義されて、現在、広域機関は大規模な自然災害や経済ショックの発生により、そのトレンドや循環変動に変化が生じているのではないかとの問題意識の下で試算方法の見直しを進めているところである（電力広域的運営推進機関、2020）。季節調整モデルの被説明変数をエリア需要における最大 3 日平均（H3）に変更する必要はあるが、本稿にて提案したモデルと推定方法を適用することにより、上記の問題に対応することが可能である。

参考文献

[1] 北川源四郎. (1996). モンテカルロ・フィルタおよび平滑化について. 統計数理, 44(1), 31-48.

[2] 北川源四郎. (2005). 時系列解析入門. 岩波書店.

[3] 電力広域的運営推進機関（2020）.第 54 回調整力及び需給バランス評価等に関する委員会、(資料４）持続的需要変動対応の必要供給予備力について

[4] 野村俊一. (2016). カルマンフィルタ: R を使った時系列予測と状態空間モデル. 共立出版.

[5] 樋口知之. (2011). 予測にいかす統計モデリングの基本―ベイズ統計入門から応用まで. 講談社.

[6] Akaike, H. (1980). Seasonal adjustment by a Bayesian modeling. Journal of time series analysis, 1(1), 1-13.

[7] Kitagawa, G., & Gersch, W. (1984). A smoothness priors–state space modeling of time series with trend and seasonality. Journal of the American Statistical Association, 79(386), 378-389.

[8] Kitagawa, G. (1987). Non-gaussian state-space modeling of nonstationary time series. Journal of the American statistical association, 82(400), 1032-1041.

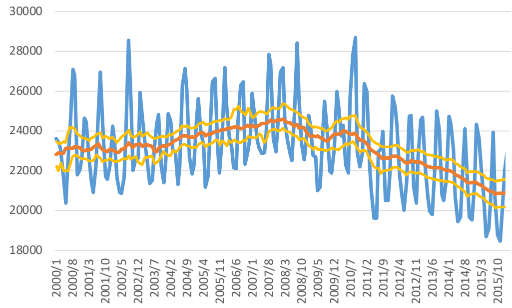
[9] Kitagawa, G. (1989). Non-Gaussian seasonal adjustment. Computers & Mathematics with Applications, 18(6-7), 503-514.

[10] Gordon, N. J., Salmond, D. J., & Smith, A. F. (1993, April). Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation. In IEE proceedings F (radar and signal processing) (Vol. 140, No. 2, pp. 107-113). IET Digital Library.

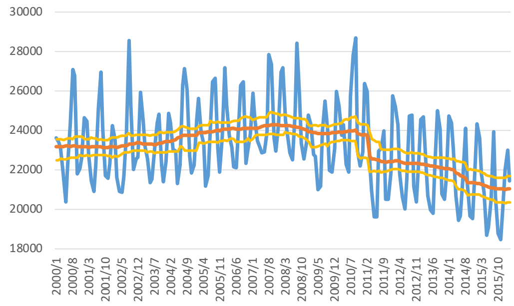
[11] Kitagawa, G. (1996). Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models. Journal of computational and graphical statistics, 5(1), 1-25.

[12] Kitagawa, G. (1998). A self-organizing state-space model. Journal of the American Statistical Association, 1203-1215.

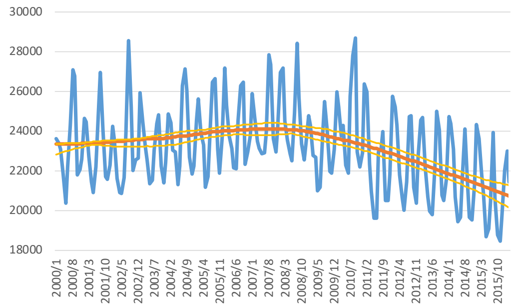
付録 A　トレンド成分の比較



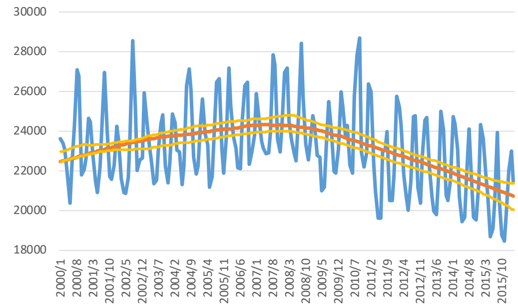
(a) 1 次トレンド（ガウス型、Model2）



(b) 1 次トレンド（非ガウス型、Model6）



(c) 2 次トレンド（ガウス型、Model4）



(d) 2 次トレンド（非ガウス型、Model8）